INSTITUCIÓN EDUCATIVA PEDRO ESTRADA
FÍSICA GRADO 11
PROFESOR: ELVER RIVAS

PRIMER PERIODO

MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE (M.A.S.)

1.- Movimiento oscilatorio.
2.- Cinemática del movimiento armónico simple.
3.- Dinámica del movimiento armónico simple.
4.- El péndulo simple.
5.- Energía de un oscilador mecánico.

MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE (M.A.S.)

Definiciones:

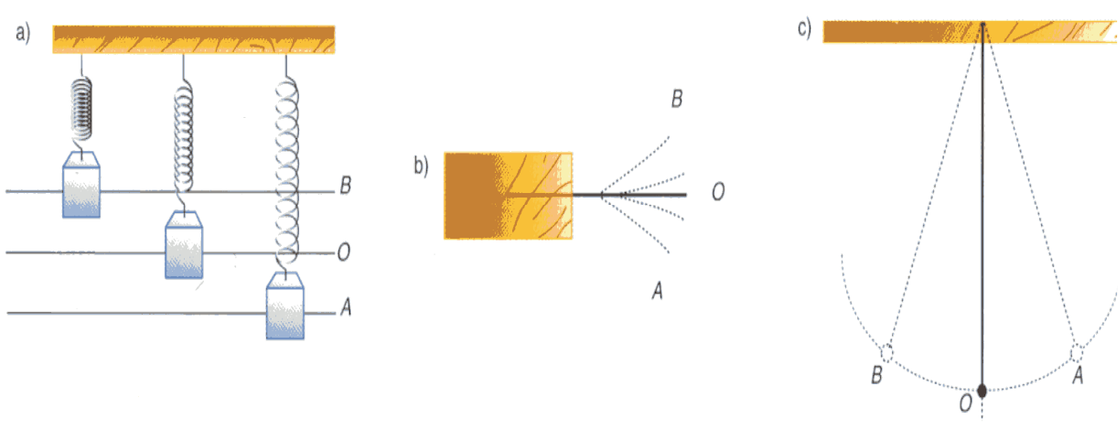
- ✓ Es un movimiento vibratorio bajo la acción de una **fuerza recuperadora elástica**, proporcional al desplazamiento y en ausencia de todo rozamiento.
- ✓ Movimiento periódico, vibratorio y que puede ser representado por una función armónica.

1.- MOVIMIENTO OSCILATORIO.

Los fenómenos oscilatorios o vibratorios se presentan en física con mucha frecuencia. Ejemplos de movimientos oscilatorios son los péndulos de los relojes, que oscilan de izquierda a derecha, o los objetos colgados de un muelle, que oscilan arriba y abajo, o incluso otros como las vibraciones de las moléculas en el interior de los cuerpos.

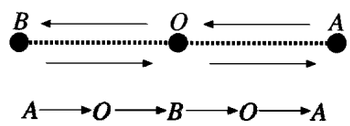
En todos los casos, la partícula material realiza un movimiento de vaivén, con una cierta amplitud, en torno a un punto que tomamos como origen llamado **posición de equilibrio**. El movimiento oscilatorio cuyo origen se encuentra en el punto medio de su trayectoria (lo que implica que las amplitudes a ambos lados del origen son iguales) se conoce como **movimiento vibratorio**.

Cuando una partícula realiza un movimiento oscilatorio, las magnitudes que lo caracterizan (posición, velocidad, aceleración, etc.) se repiten a intervalos regulares de tiempo. Decimos entonces que el movimiento oscilatorio es **periódico** y al tiempo de repetición se le llama **período (T)**.



Tres ejemplos de movimiento vibratorio

Se llama oscilación o vibración completa al movimiento realizado durante un período, es decir, una ida y una vuelta, tal y como se indica en la figura:



El movimiento indicado por las cuatro flechas representa una vibración completa o ciclo.

Una magnitud importante en un movimiento oscilatorio periódico es su **Frecuencia**: que se define como el número de oscilaciones que realiza la partícula en la unidad de tiempo. Se mide en **seg^{-1}** o **hertzios (Hz)** en honor al físico alemán Heinrich Hertz (1857-1894).

Entre los movimientos oscilatorios periódicos, el más importante y al mismo tiempo más habitual es el **movimiento vibratorio armónico simple (m.a.s.)**. Un movimiento es armónico cuando la función que lo representa es armónica como es el seno o el coseno. Podemos dar una primera definición de m.a.s. como un

2.- CINEMÁTICA DEL MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE

A. ECUACIÓN DEL MOVIMIENTO

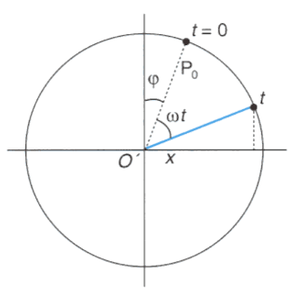


FIGURA 1

En la **figura 1** vemos que a un desplazamiento angular **ωt**, realizado en el movimiento circular en el tiempo t, corresponde un desplazamiento x en el diámetro, tal que: $x_t = A \text{ sen } \omega t$

En la **figura 2** está representado el diagrama x-t de este movimiento. En el caso de que empecemos a medir el tiempo a partir de la posición P (se ha recorrido previamente un ángulo φ), el valor de x será:

Ecuación general del M.A.S. $x_t = A sen\ (\omega t + \varphi)$

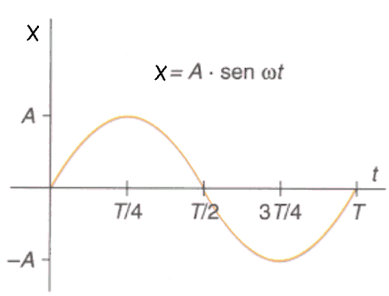


FIGURA 2 **Gráfica x-t del m.a.s.**

El significado físico de las magnitudes que intervienen en la ecuación anterior es el siguiente:

- **Elongación (x).** Es la distancia que en un instante separa al punto vibrante de la posición de equilibrio. Se considera positiva hacia arriba o derecha y negativa hacia abajo o izquierda.
- **Amplitud (A).** Es el valor máximo que puede tomar la elongación.
- **Fase en cualquier instante** **($\omega t + \varphi$)**. Nos da el estado de movimiento en ese instante.
- **Fase inicial (φ).** Su valor determina el estado de vibración para t = 0. En ese caso, x = A sen ωt.
- **Pulsación o frecuencia angular (ω).** Representa la velocidad angular constante del movimiento hipotético que hemos proyectado.
- **Período (T).** Es el tiempo que tarda el movimiento en repetirse o tiempo que tarda la partícula en realizar una vibración completa.
- **Frecuencia (f).** Es el número de vibraciones realizadas en 1 s. Representa la rapidez con que tienen lugar la vibraciones. La pulsación, el período y la frecuencia se encuentran relacionados por las expresiones:

$$f = \frac{1}{T} \; ; \quad T = \frac{1}{f} \; ; \quad \omega = 2\pi f$$

Ecuación del m.a.s.
x = A sen ωt

B. ECUACIÓN DE LA VELOCIDAD

En un m.a.s. la dirección de la velocidad es la de la recta en la que tiene lugar el movimiento y su sentido es el mismo que el de éste. Su valor se obtiene derivando respecto del tiempo la ecuación x = A sen ωt:

$$v_t = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos \omega t$$

Consecuencias:

- La velocidad del m.a.s. es una función en la que sus valores se repiten periódicamente.
- El valor de la velocidad depende de la posición de la partícula.
- Tiene el valor máximo en el centro de la trayectoria y se anula en los extremos, lo cual resulta lógico ya que en dichos puntos se invierte el sentido del movimiento y la velocidad pasa de ser positiva a negativa, o viceversa.

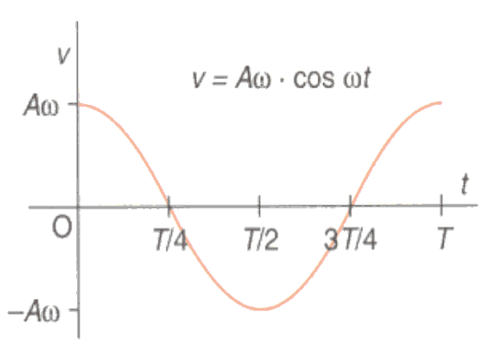


Diagrama v-t del m.a.s.

C. ECUACIÓN DE LA ACELERACIÓN

La aceleración se obtiene derivando la velocidad respecto del tiempo:

$$v_t = A\omega \cos \omega t \quad \Rightarrow$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \operatorname{sen} \omega t \; ; \quad \text{como} \quad x = A\operatorname{sen}\omega t \Rightarrow \; a_t = -\omega^2 x$$

La gráfica representa la aceleración en función del tiempo.

Consecuencias:

- La aceleración del m.a.s. es una función en la que sus valores se repiten periódicamente.
- El valor de la aceleración depende de la posición de la partícula, es proporcional al desplazamiento pero de sentido contrario.
- Es nula en el centro y máxima en los extremos.

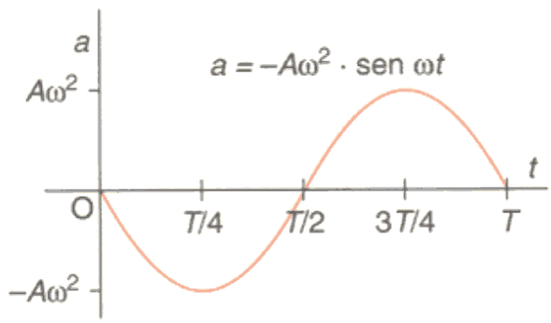


Diagrama a-t del m.a.s.

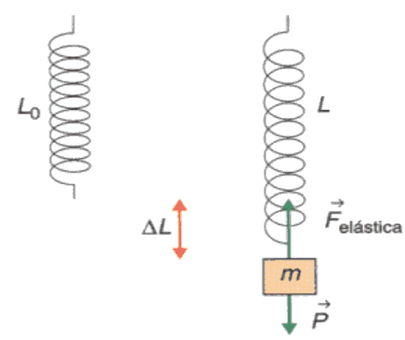
3.- DINÁMICA DEL MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE. EL OSCILADOR ARMÓNICO.

Al colgar un cuerpo de masa *m* de un muelle o resorte, de masa despreciable y longitud l_0, se estira hasta una longitud *l*.

Las fuerzas que actúan sobre el resorte son el peso del cuerpo (*fuerza deformadora*) y la *fuerza recuperadora* $\mathbf{F_r}$ del muelle que equilibra a la anterior, cumpliéndose que:

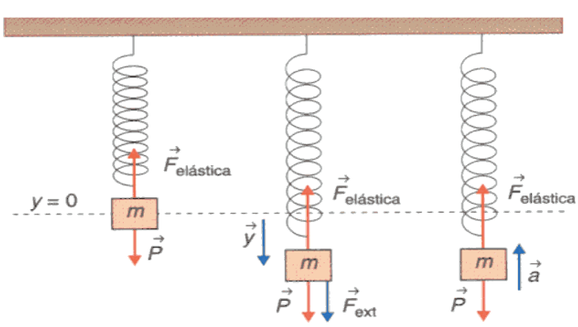
Fuerza deformadora = fuerza recuperadora

$$P = F_r$$



La deformación del muelle es proporcional al peso.

Según la ley de Hooke, el alargamiento producido (Δl) es proporcional al peso: $P = k\Delta l$ pudiéndose obtener a partir de esta expresión la constante recuperadora $k = \frac{mg}{\Delta l}$.



y teniendo en cuenta que la fuerza provoca siempre una disminución del desplazamiento, *F* y *x* tienen sentido contrario:

$$\mathbf{F} = -k\,\mathbf{x}$$

Conclusiones:

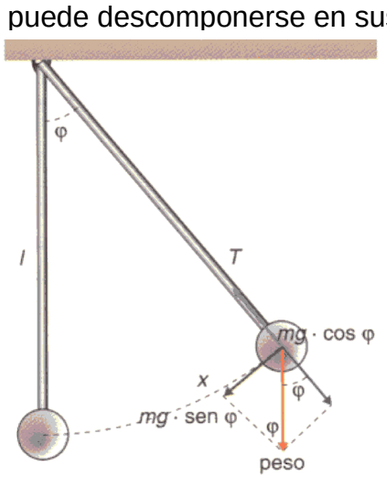
- La fuerza elástica que produce el movimiento armónico es $F = -kx$.
- El valor de la constante resulta ser $k = \dfrac{F_{deformadora}}{\Delta l}$
- El valor de la frecuencia depende de la constante recuperadora:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

4.- EL PÉNDULO SIMPLE

El péndulo simple o matemático está constituido idealmente por una masa puntual suspendida de un hilo inextensible, de masa despreciable, capaz de oscilar libremente en el vacío. Al separar el péndulo de la vertical un ángulo φ se pone a oscilar en torno a la posición central.

Las fuerzas que actúan sobre la partícula son su peso y la tensión de la cuerda. El peso puede descomponerse en sus dos componentes rectangulares:



El movimiento **no es vibratorio**, pues la fuerza recuperadora, aunque tiene sentido contrario al desplazamiento, *es proporcional al seno del desplazamiento y no al desplazamiento*.

seno φ = φ (rad) con lo que tendríamos:

Siendo la constante recuperadora es $k = \dfrac{mg}{l}$

Teniendo en cuenta que:

$$\left.\begin{array}{l} k = m\omega^2 \\ k = \dfrac{mg}{l} \end{array}\right\} \quad \omega^2 = \frac{g}{l} = \frac{4\pi^2}{T^2} \quad \Rightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

5. ENERGÍA DE UN OSCILADOR MECÁNICO

Recibe el nombre de **oscilador mecánico** *todo sistema material que esté animado de movimiento armónico.* La energía mecánica que posee es **cinética** porque hay movimiento y **potencial** porque el movimiento armónico es producido por una fuerza conservativa, siendo la energía potencial una característica de este tipo de fuerzas como veremos más adelante.

1. Energía cinética

Es la que tiene un cuerpo en movimiento.

Si tenemos en cuenta que la energía cinética es $E_c = \frac{1}{2} m v^2$

La energía cinética:

- Es proporcional al cuadrado de la amplitud.
- Depende de la posición. Tiene su valor máximo en el centro de la trayectoria, cuando x = 0.
- Es periódica.

2. Energía potencial

La energía potencial elástica almacenada en el oscilador, para una elongación determinada x, viene dada por:

$$E_p = \frac{1}{2} k x^2$$

La energía potencial:

- Es proporcional al cuadrado de la amplitud.
- Depende de la posición. Tiene su valor máximo en los extremos.
- Es periódica.

3. Energía mecánica

Es la suma de las energías cinética y potencial:

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} k (A^2 - x^2) + \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k A^2 \qquad E_m = \frac{1}{2} k A^2$$

PROBLEMAS DE MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE

1. Una partícula describe un movimiento oscilatorio armónico simple, de forma que su aceleración máxima es de 18 m/s^2 y su velocidad máxima es de 3 m/s. Encontrar:

A) La frecuencia de oscilación de la partícula.

B) La amplitud del movimiento.

2. Una partícula de 5 g está sometida a una fuerza de tipo F = - kx.

En el instante inicial pasa por x=0 con una velocidad de 1 ms^{-1}. La frecuencia del movimiento resultante es de 2/π Hz. Hallar:

A) La aceleración en el punto de máxima elongación.

B) La energía cinética en función del tiempo

3. Un punto material de masa 25 g describe un M.A.S. de 10 cm de amplitud y período igual a 1 s. En el instante inicial, la elongación es máxima. Calcular

A) La velocidad máxima que puede alcanzar la citada masa y

B) El valor de la fuerza recuperadora a cabo de un tiempo igual a 0’125 s