



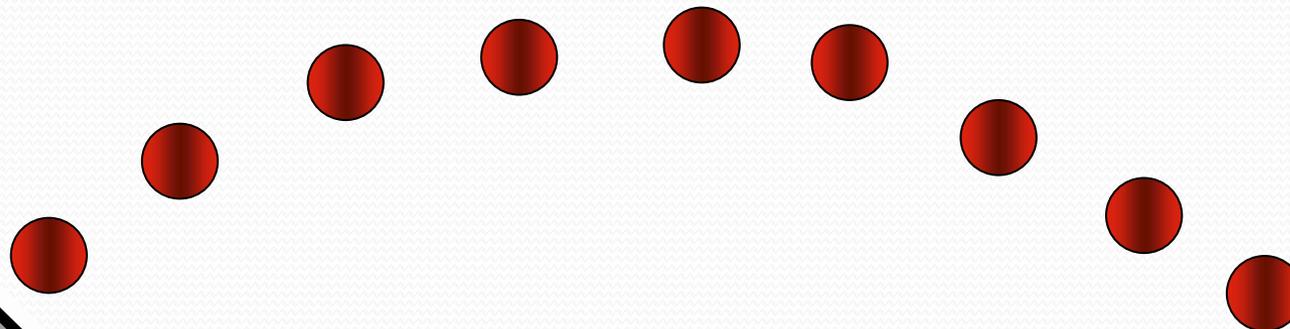
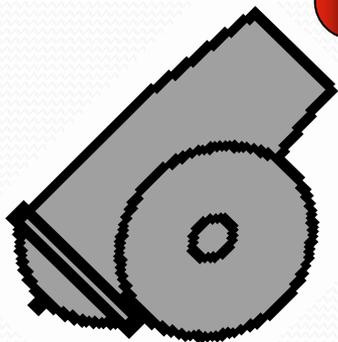
Institución Educativa
Pedro Estrada



SC-CER219123



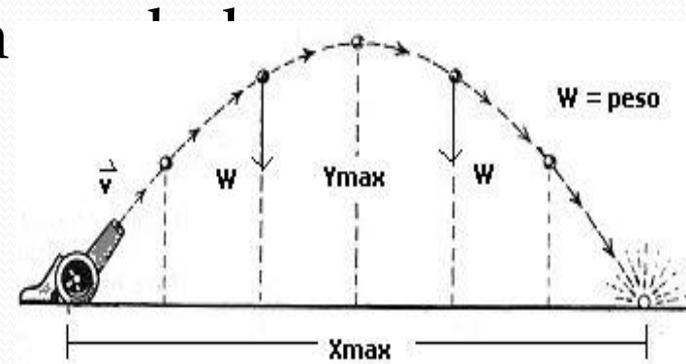
DOCENTE: ELVER ANTONIO RIVAS CÓRDOBA
FÍSICA GRADO 10



Movimiento de proyectiles

Cualquier objeto que sea lanzado en el aire con una velocidad inicial de dirección arbitraria, se mueve describiendo una trayectoria curva en un plano.

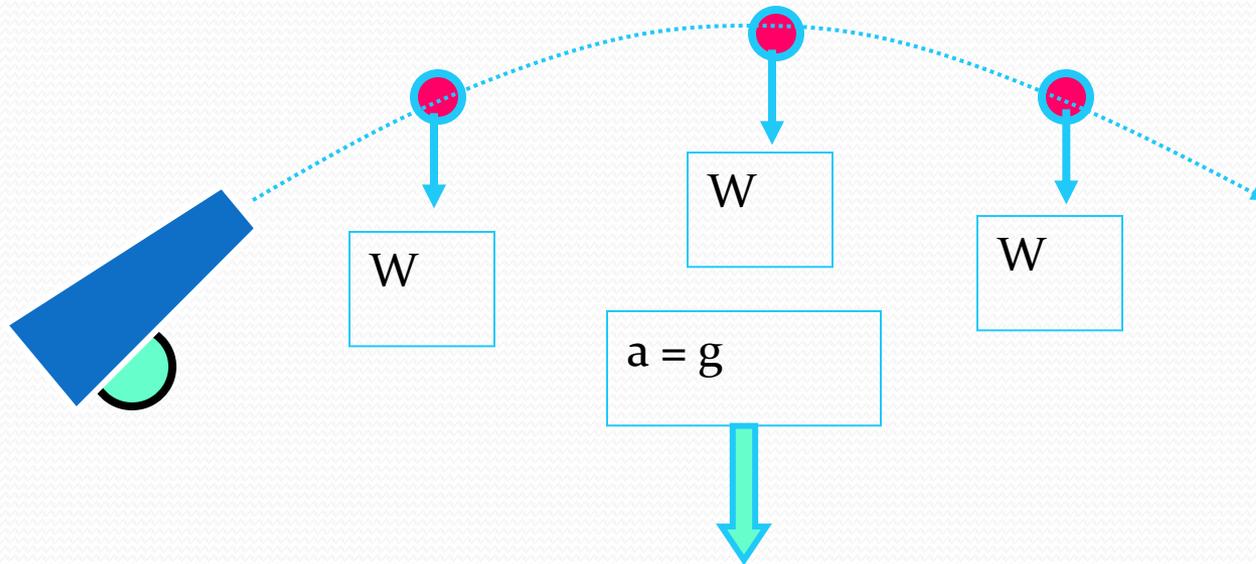
El movimiento de un proyectil es el resultado de la superposición de un movimiento rectilíneo uniforme y uno uniformemente variado, estableciendo las ecuaciones de la curva representativa, tiempo de vuelo, tiempo máximo, altura máxima, alcance máximo, velocidad y coordenadas de posición



Un **proyectil** es un objeto al cual se ha comunicado una velocidad inicial y se ha dejado en libertad para que realice un movimiento bajo la acción de la gravedad. Los proyectiles que están cerca de la Tierra siguen una trayectoria curva muy simple que se conoce como parábola. Para describir el movimiento es útil separarlo en sus componentes horizontal y vertical, formando ángulo de 45 grados.

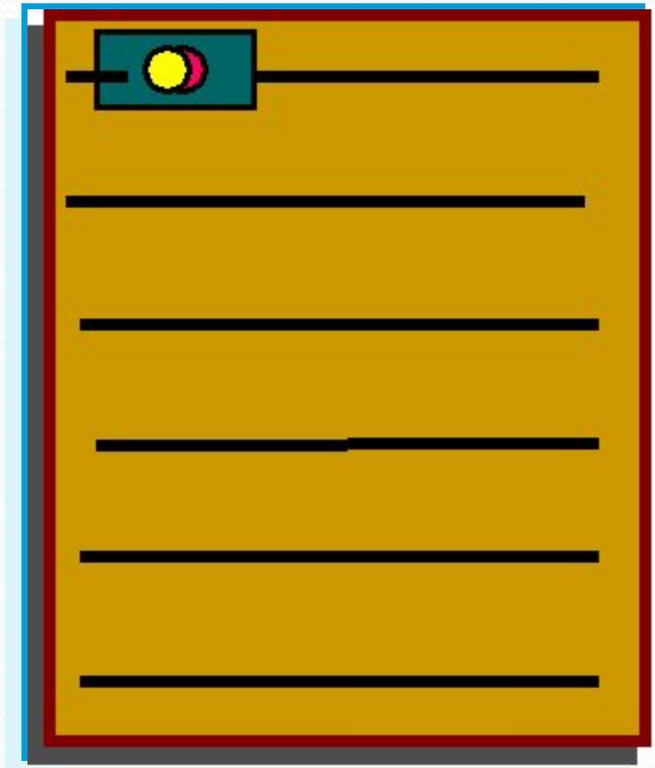


Movimiento de proyectiles



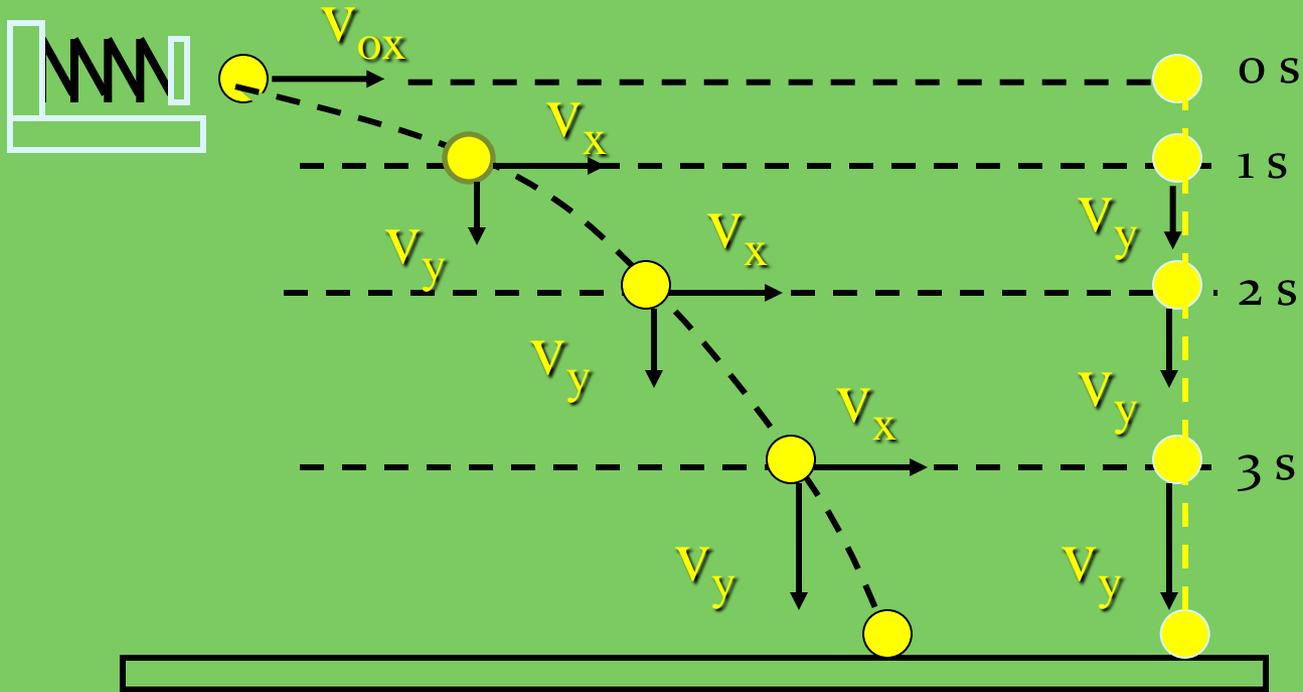
Movimiento vertical y horizontal

Simultáneamente suelte
la bola amarilla y
proyecte la bola roja
horizontalmente.



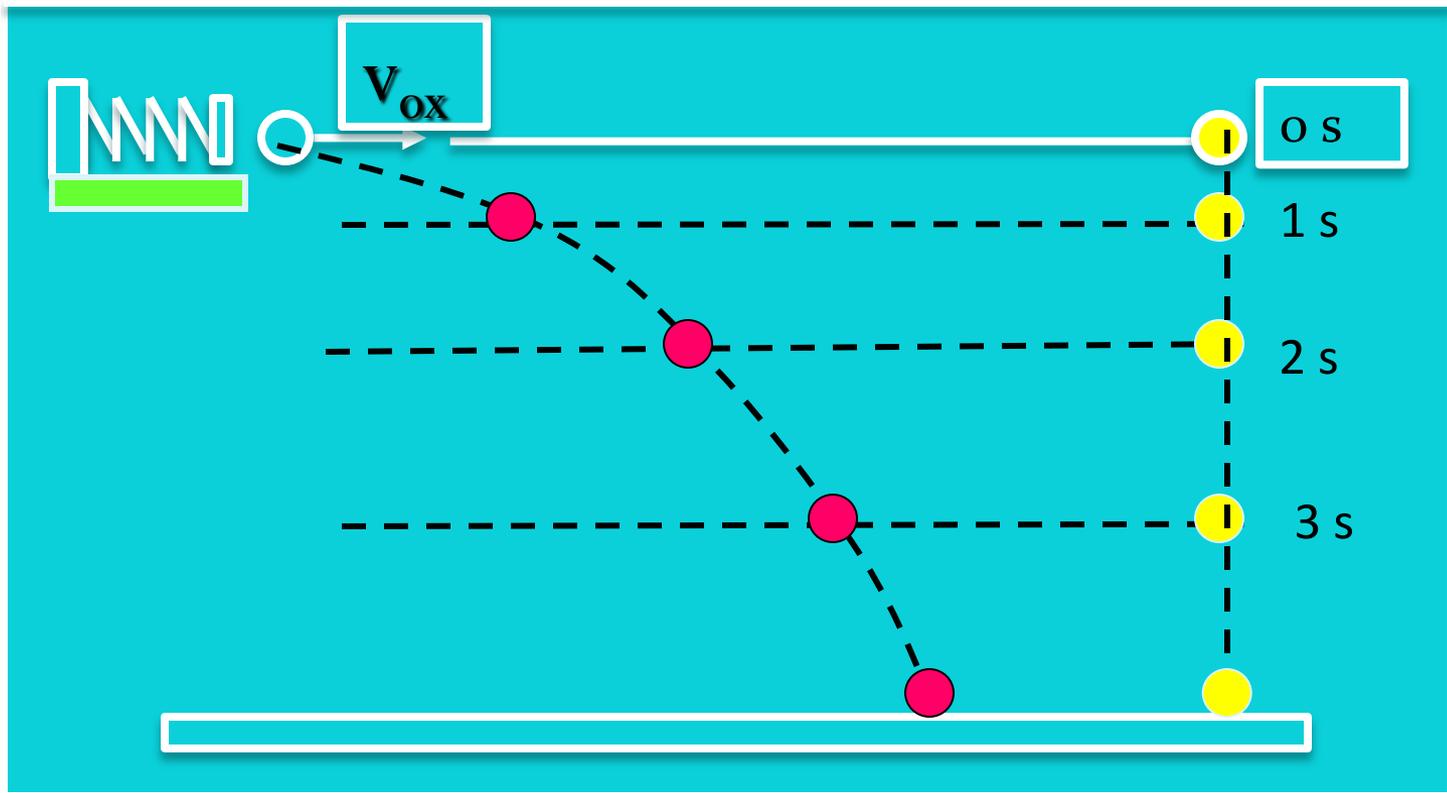
Bola proyectada horizontalmente y otra soltada al mismo tiempo:

El movimiento vertical es el mismo para cada bola

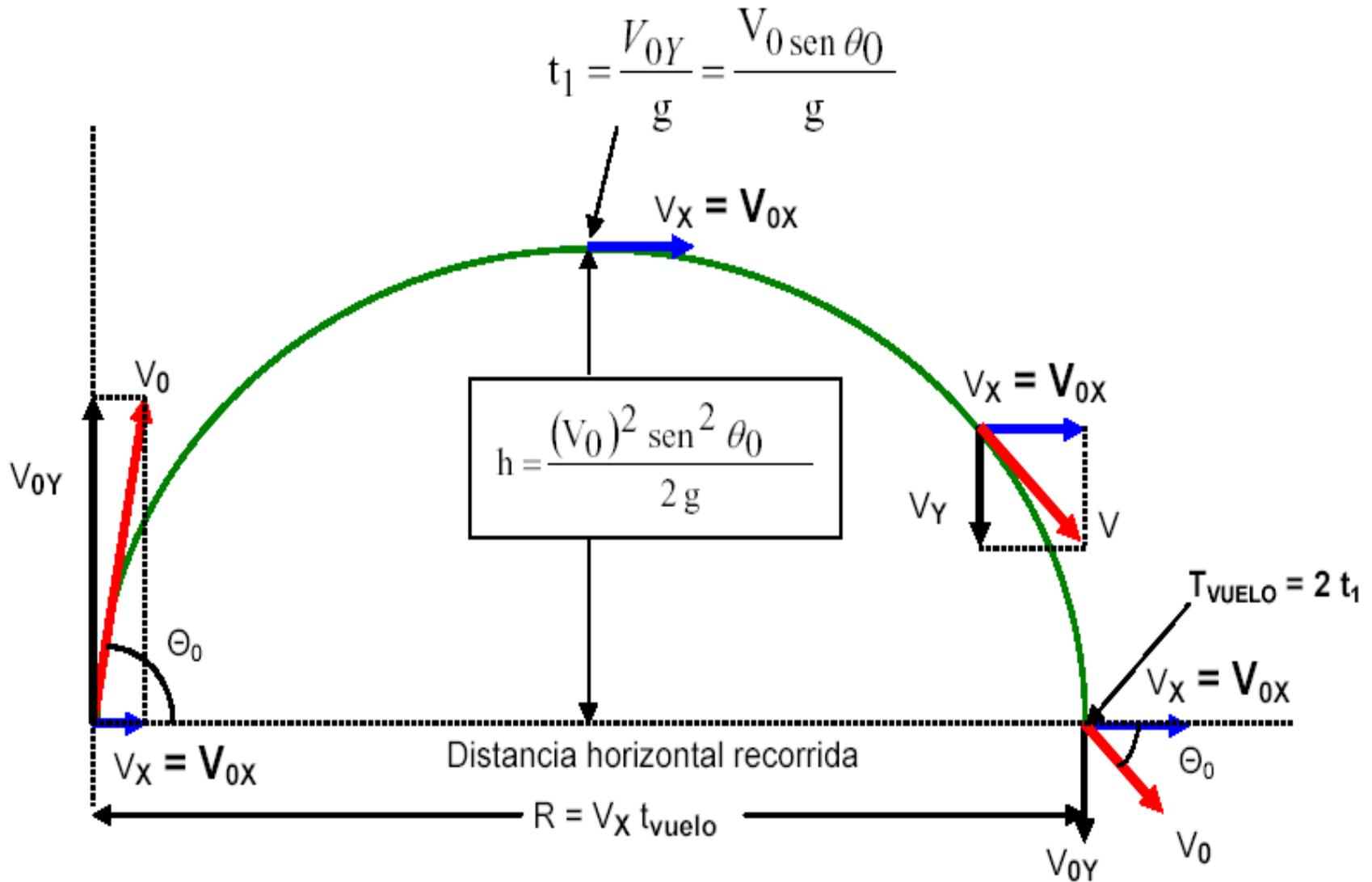


Observe el movimiento de cada bola

El movimiento vertical es el mismo para cada bola

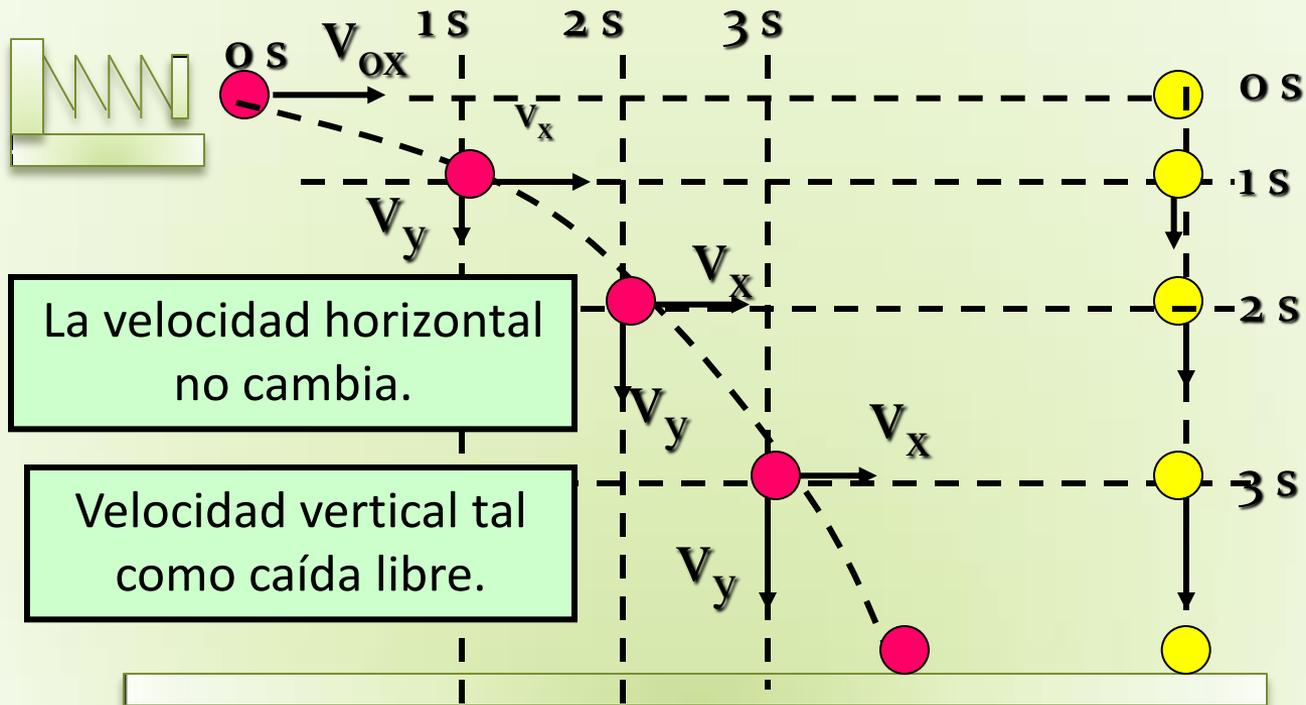


ALCANCE HORIZONTAL Y ALTURA MAXIMA DE UN PROYECTIL



Considere por separado los movimientos horizontal y vertical:

Compare desplazamientos y velocidades



Cálculo de desplazamiento para proyección horizontal:

Para cualquier aceleración constante:

$$x = v_o t + \frac{1}{2} a t^2$$

Para el caso especial de proyección horizontal:

$$a_x = 0; \quad a_y = g \quad v_{oy} = 0; \quad v_{ox} = v_o$$

Desplazamiento horizontal :

$$x = v_{ox} t$$

Desplazamiento vertical:

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

Cálculo de velocidad para proyección horizontal :

Para cualquier aceleración constante:

$$v_f = v_o + at$$

Para el caso especial de un proyectil:

$$a_x = 0; \quad a_y = g \quad v_{oy} = 0; \quad v_{ox} = v_o$$

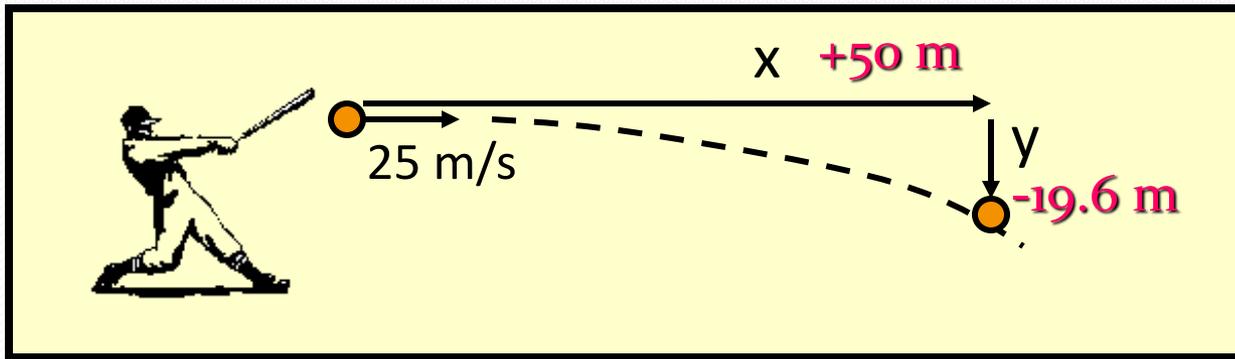
Velocidad horizontal:

$$v_x = v_{ox}$$

Velocidad vertical:

$$v_y = v_o + gt$$

Ejemplo 1: Una bola de béisbol se golpea con una rapidez horizontal de 25 m/s. ¿Cuál es su posición y velocidad después de 2 s?



Primero encuentre los desplazamientos horizontal y vertical :

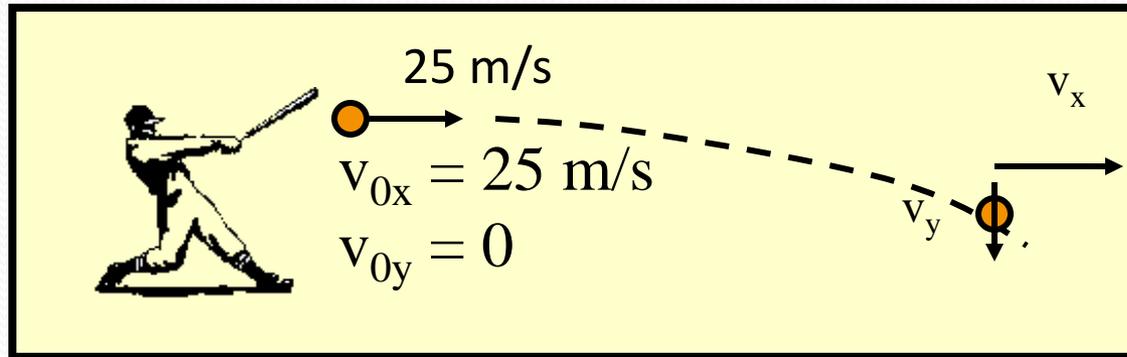
$$x = v_x t = (25 \text{ m/s})(2 \text{ s})$$

$$x = 50.0 \text{ m}$$

$$y = v_y t + \frac{1}{2} a t^2 = (-9.8 \text{ m/s}^2)(2 \text{ s})^2$$

$$y = -19.6 \text{ m}$$

¿Cuáles son los componentes de la velocidad después de 2 s?



Encuentre la velocidad horizontal y vertical después de 2 s:

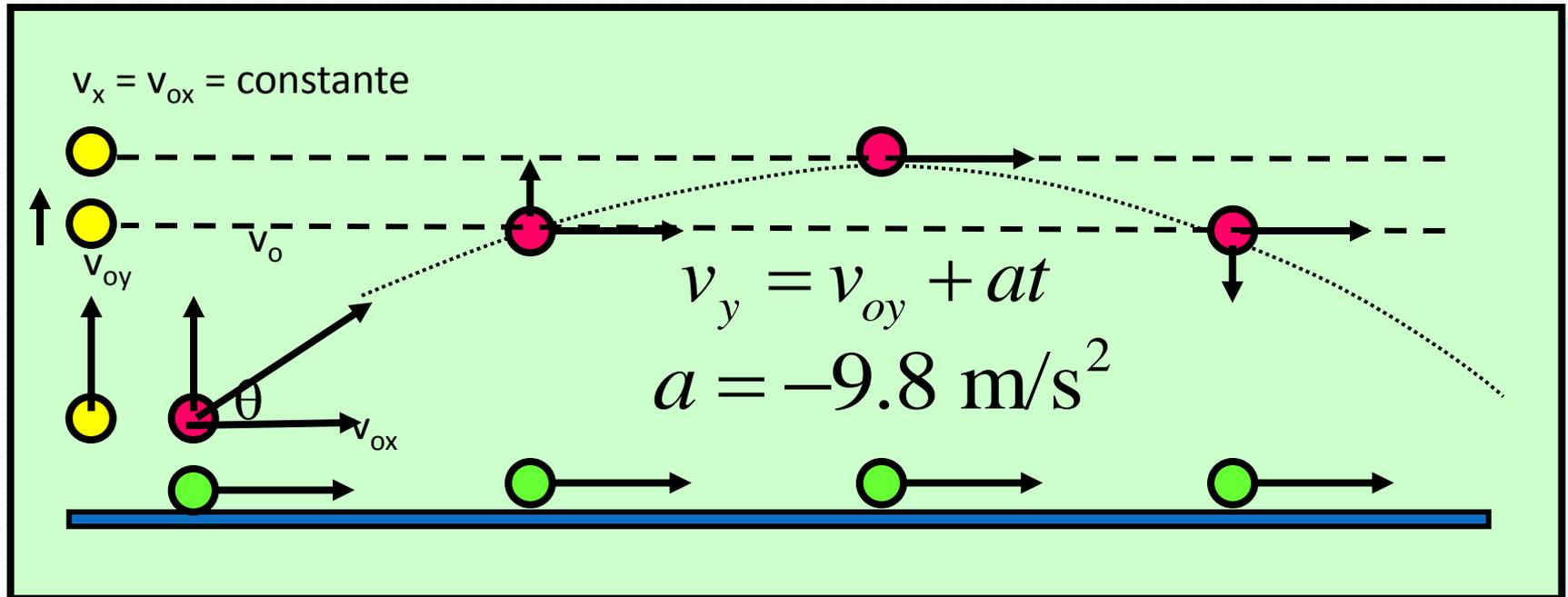
$$v_x = v_{ox} = (25 \text{ m/s})$$

$$v_x = 25.0 \text{ m/s}$$

$$v_y = -19.6 \text{ m/s}$$

Considere proyectil a un ángulo:

Una bola roja se proyecta a un ángulo θ . Al mismo tiempo, una bola amarilla se lanza verticalmente hacia arriba y una bola verde rueda horizontalmente (sin fricción).



Note los movimientos vertical y horizontal de las bolas

Cálculos de desplazamiento para proyección general:

Los componentes del desplazamiento en el tiempo t son:

$$x = v_{ox}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$y = v_{oy}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

Para proyectiles:

$$a_x = 0; a_y = g; v_{oy} = 0; v_{ox} = v_o$$

Por tanto, los componentes x y y para proyectiles son:

$$x = v_{ox}t$$

$$y = v_{oy}t + \frac{1}{2}gt^2$$

Cálculos de velocidad para proyección general:

Los componentes de la velocidad en el tiempo t son:

$$v_x = v_{ox} + a_x t$$

$$v_y = v_{oy} + a_y t$$

Para proyectiles:

$$a_x = 0; a_y = g; v_{oy} = 0; v_{ox} = v_o$$

Por tanto, los componentes de velocidad v_x y v_y para proyectiles son:

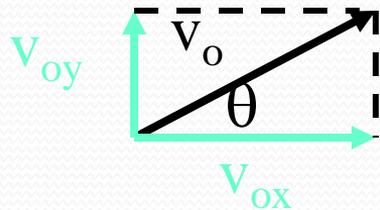
$$v_x = v_{0x}$$

constante

$$v_y = v_{0y} + gt$$

Estrategia para resolución de problemas:

1. Descomponer la velocidad inicial v_0 en componentes:



$$v_{ox} = v_0 \cos \theta; \quad v_{oy} = v_0 \sin \theta$$

2. Encuentre componentes de posición y velocidad final:

Desplazamiento:

$$x = v_{ox} t$$

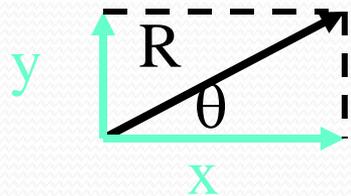
$$y = v_{oy} t + \frac{1}{2} g t^2$$

Velocidad:

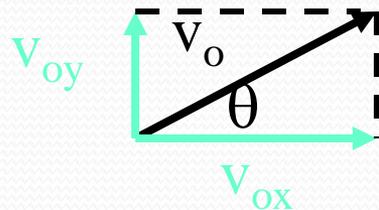
$$V_x = V_{0x}$$

$$V_y = V_{0y} + g t$$

3. La posición y velocidad finales se pueden encontrar a partir de los componentes.



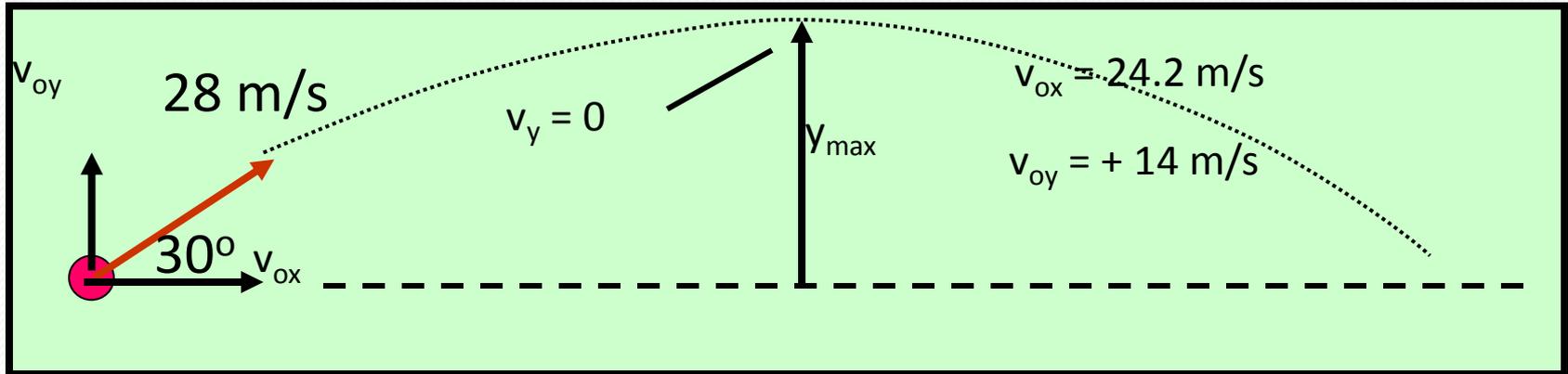
$$R = \sqrt{x^2 + y^2}; \quad \tan \theta = \frac{y}{x}$$



$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}; \quad \tan \theta = \frac{v_y}{v_x}$$

4. Use los signos correctos. Recuerde: g es negativo o positivo dependiendo de su elección inicial.

Ejemplo 2: ¿Cuáles son la altura máxima y el rango de un proyectil si $v_o = 28 \text{ m/s}$ a 30° ?



$$v_{ox} = (28 \text{ m/s}) \cos 30^\circ = 24.2 \text{ m/s}$$

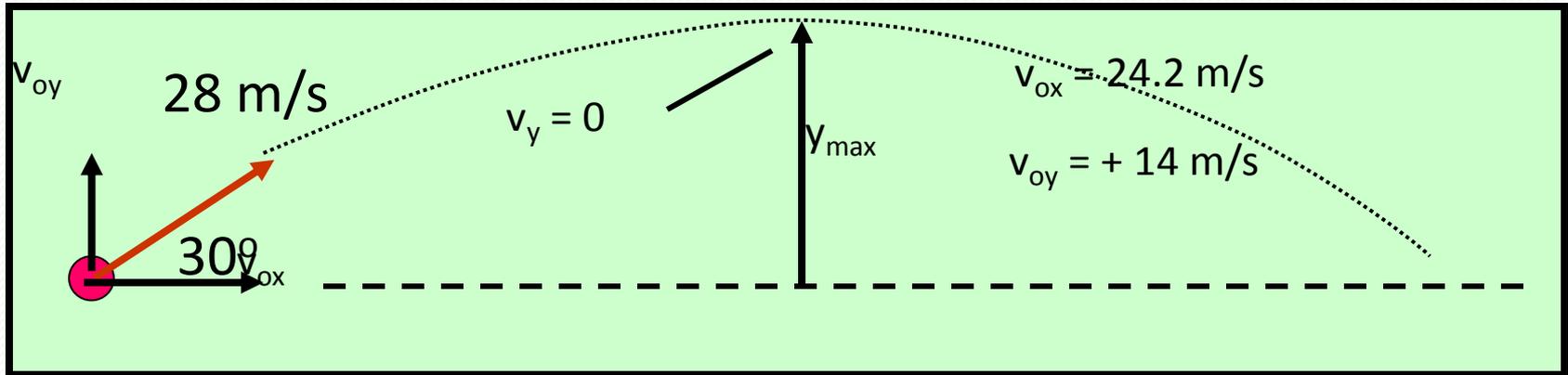
$$v_{oy} = (28 \text{ m/s}) \sin 30^\circ = 14 \text{ m/s}$$

La máxima coordenada y ocurre cuando $v_y = 0$:

$$v_y = v_{oy} + gt = 14 \text{ m/s} + (-9.8 \text{ m/s}^2)t = 0$$

y_{max} ocurre cuando $14 - 9.8t = 0$ o $t = 1.43 \text{ s}$

¿Cuál es la altura máxima del proyectil si $v = 28$ m/s a 30° ?



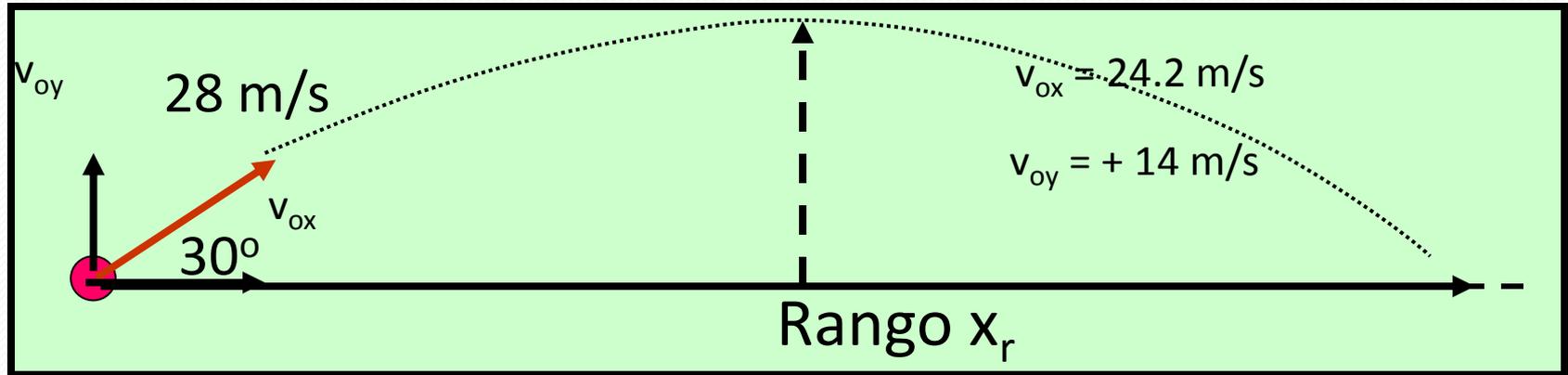
La máxima coordenada y ocurre cuando $t = 1.43 \text{ s}$:

$$y = v_{oy}t + \frac{1}{2}gt^2 = 14(1.43) + \frac{1}{2}(-9.8)(1.43)^2$$

$$y = 20 \text{ m} - 10 \text{ m}$$

$$y_{\text{max}} = 10.0 \text{ m}$$

A continuación, encuentre el rango del proyectil si $v = 28 \text{ m/s}$ a 30° .



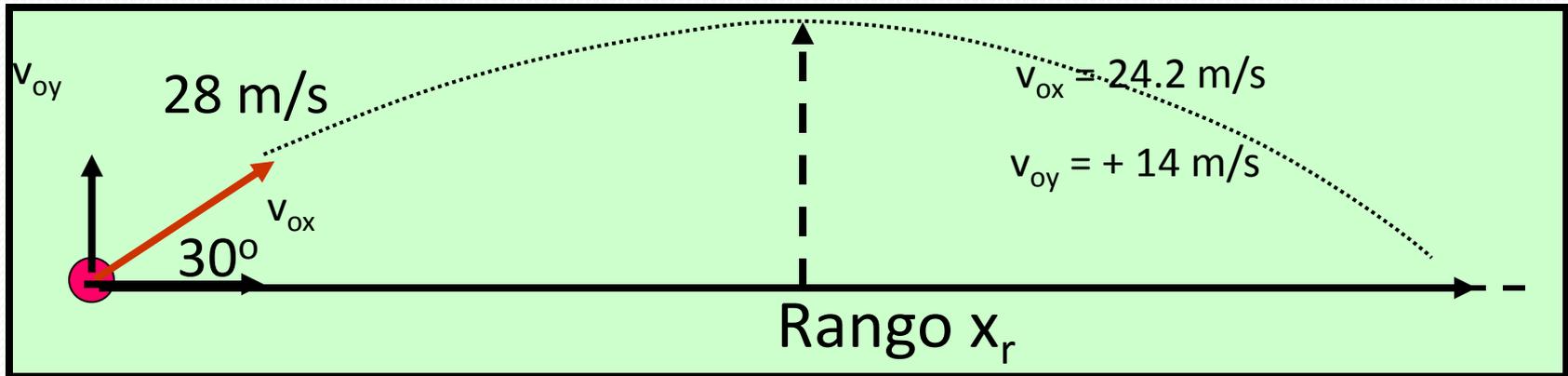
El rango x_r se define como la distancia horizontal que coincide con el tiempo para el regreso vertical.

El tiempo de vuelo se encuentra al hacer $y = 0$:

$$y = v_{oy}t + \frac{1}{2}gt^2 = 0$$

(continúa)

Primero se encuentra el tiempo de vuelo t_r , luego el rango x_r .



$$y = v_{oy}t + \frac{1}{2}gt^2 = 0$$

(Divida por t)

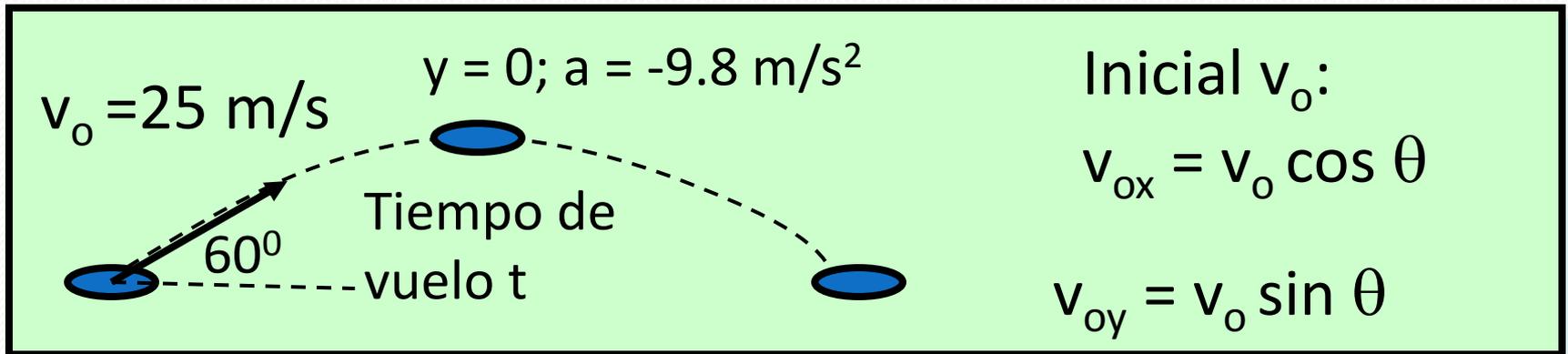
$$v_{oy} + \frac{1}{2}gt = 0;$$

$$t = \frac{v_{oy}}{-g} = \frac{2(14 \text{ m/s})}{-(-9.8 \text{ m/s}^2)}; \quad t = 2.86 \text{ s}$$

$$x_r = v_{ox}t = (24.2 \text{ m/s})(2.86 \text{ s});$$

$$x_r = 69.2 \text{ m}$$

Ejemplo 3. Encuentre el “tiempo colgado” para el balón cuya velocidad inicial es 25 m/s, 60° .



$v_0 = 25 \text{ m/s}$

$y = 0; a = -9.8 \text{ m/s}^2$

Tiempo de vuelo t

60°

Inicial v_0 :

$$v_{ox} = v_0 \cos \theta$$
$$v_{oy} = v_0 \sin \theta$$

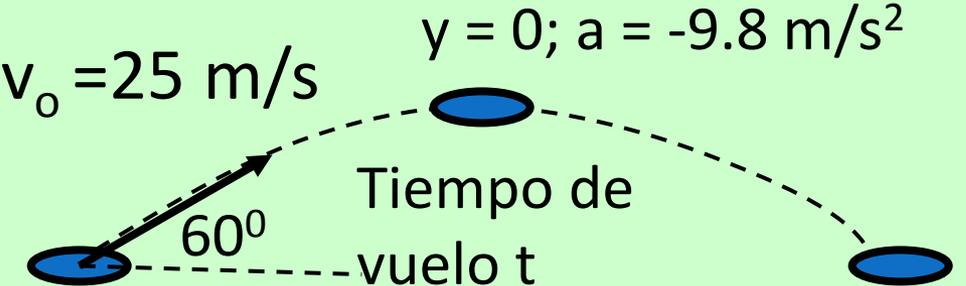
$$V_{ox} = (25 \text{ m/s}) \cos 60^\circ; \quad v_{ox} = 12.5 \text{ m/s}$$

$$V_{oy} = (25 \text{ m/s}) \text{ sen } 60^\circ; \quad v_{oy} = 21.7 \text{ m/s}$$

Sólo los parámetros verticales afectan al tiempo de vuelo.

$$y = v_{oy}t + \frac{1}{2}at^2; \quad 0 = (21.7)t + \frac{1}{2}(-9.8)t^2$$

Encuentre el “tiempo de vuelo” para el balón cuya velocidad inicial es 25 m/s, 60°.



$v_o = 25 \text{ m/s}$

$y = 0; a = -9.8 \text{ m/s}^2$

Inicial v_o :

$v_{ox} = v_o \cos \theta$

$v_{oy} = v_o \text{ sen } \theta$

Tiempo de vuelo t

60°

$$y = v_{oy}t + \frac{1}{2}at^2; \quad 0 = (21.7)t + \frac{1}{2}(-9.8)t^2$$

$$4.9 t^2 = 21.7 t$$

$$4.9 t = 21.7$$

$$t = \frac{21.7 \text{ m/s}}{4.9 \text{ m/s}^2}$$

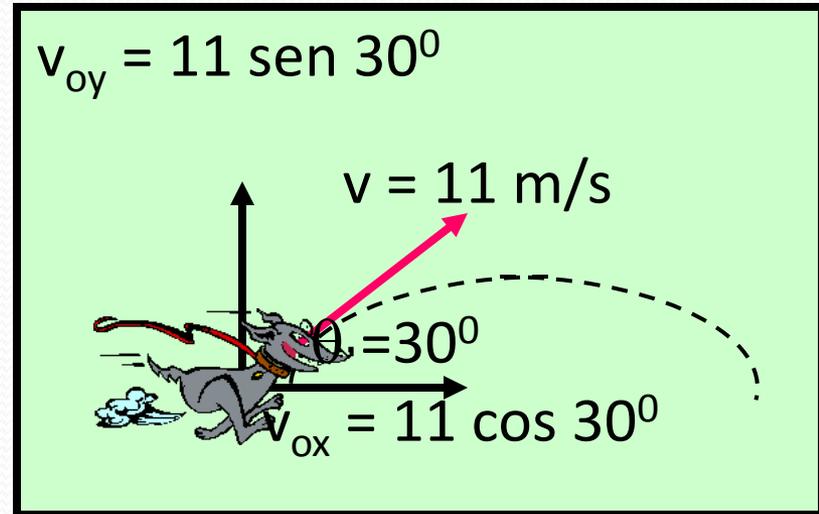
$$t = 4.42 \text{ s}$$

Ejemplo 4. Un perro que corre salta con velocidad inicial de 11 m/s a 30° . ¿Cuál es el rango?

Dibuje figura y encuentre componentes:

$$v_{ox} = 9.53 \text{ m/s}$$

$$v_{oy} = 5.50 \text{ m/s}$$



Para encontrar el rango, primero encuentre t cuando $y = 0$; $a = -9.8 \text{ m/s}^2$

$$y = v_{oy}t + \frac{1}{2}at^2; \quad 0 = (5.50)t + \frac{1}{2}(-9.8)t^2$$

$$4.9 t^2 = 5.50 t$$

$$4.9 t = 5.50$$

$$t = \frac{5.50 \text{ m/s}}{4.9 \text{ m/s}^2}$$

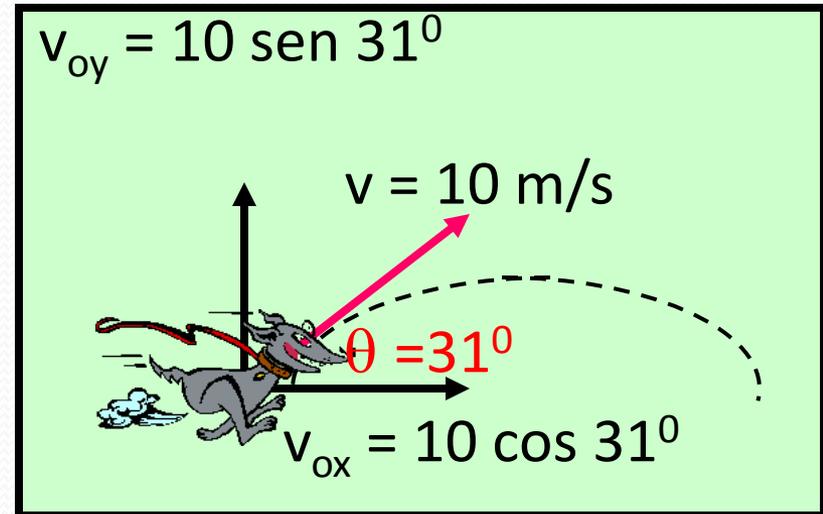
$$t = 1.12 \text{ s}$$

Un perro salta con velocidad inicial de 11 m/s a 30° . ¿Cuál es el rango?

El rango se encuentra a partir del componente x:

$$v_x = v_{ox} = 9.53 \text{ m/s}$$

$$x = v_x t; t = 1.12 \text{ s}$$



La velocidad horizontal es constante: $v_x = 9.53 \text{ m/s}$

$$x = (9.53 \text{ m/s})(1.12 \text{ s}) = 10.7 \text{ m}$$

Rango: $x = 10.7 \text{ m}$

Resumen de proyectiles:

1. Determine los componentes x y y de v_0

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta \quad y \quad v_{0y} = v_0 \sin\theta$$

2. Los componentes horizontal y vertical del desplazamiento en cualquier tiempo t están dados por:

$$x = v_{ox}t \quad y = v_{oy}t + \frac{1}{2}gt^2$$

3. Los componentes horizontal y vertical de la velocidad en cualquier tiempo t están dados por:

$$v_x = v_{ox}; \quad v_y = v_{oy} + gt$$

4. Luego, si se desea, se pueden encontrar el desplazamiento vectorial o la velocidad a partir de los componentes:

$$R = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$